MN est maximale si et seulement si : $\frac{\ln x}{x}$ est maximale . Posons $h(x)=\frac{\ln x}{x}$

On a : $h'(x)=\frac{\frac{1}{x}\times x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$

$h'(x)=0 \Leftrightarrow 1-\ln x=0 \Leftrightarrow 1=\ln x \Leftrightarrow x=e$

T.V :

x	1		e		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	−	
$h(x)$	0	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

h admet $\frac{1}{e}$ pour maximum absolue

Donc MN est maximale pour $\boxed{x_0=e}$

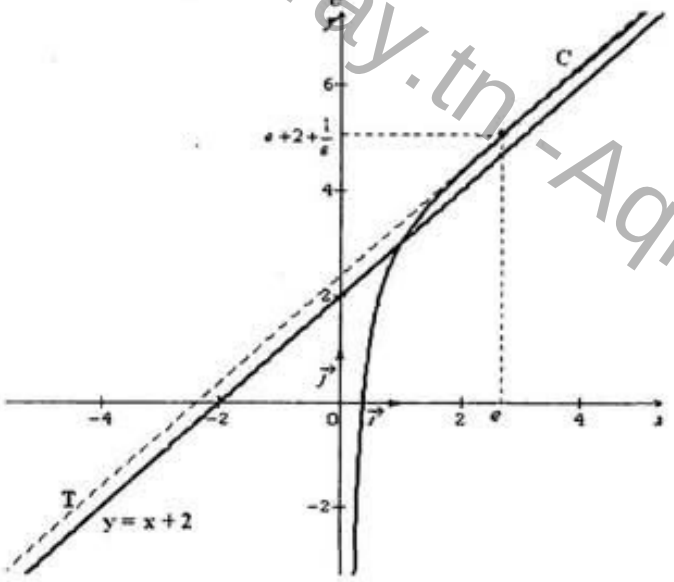
c) Soit T la tangente à C au point d'abscisse $x_0=e$

On a : $f'(e)=\frac{g(e)}{e^2}=\frac{e^2}{e^2}=1$

et $f'(e)$: coefficient directeur de T

Donc T et Δ sont parallèles car elles ont même coefficient directeur

Courbe : $f(e)=e+2+\frac{1}{e}\approx 5,1$



5) a) $A=\int_1^e \left|f(x)-(x+2)\right|dx.u.a$

$=\left(\int_1^e \frac{\ln x}{x}dx\right)u.a=\left(\int_1^e \frac{1}{x}\ln x dx\right)u.a$

$=\int_1^e (\ln x)'.\ln x dx.u.a=\left[\frac{(\ln x)^2}{2}\right]_1^e$

$=\frac{(\ln e)^2}{2}-0$

Donc : $\boxed{A=\frac{1}{2}.\|\vec{i}\|.\|\vec{j}\|}$

b) Soit B l'aire de la région du plan Limité par $y=x+2$, C_f , $x=\alpha$ et $x=e$

On a :

$B=\int_e^\alpha \left|f(x)-(x+2)\right|dx=\int_e^\alpha \frac{\ln x}{x}dx$

$=\int_e^\alpha \frac{1}{x}.\ln x dx=\int_e^\alpha (\ln x)'.\ln x.dx$

$=\left[\frac{(\ln x)^2}{2}\right]_e^\alpha=\left(\frac{(\ln \alpha)^2}{2}-\frac{1}{2}\right).\|\vec{i}\|.\|\vec{j}\|$

On a :

$A=B \Leftrightarrow \frac{(\ln\alpha)^2}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{(\ln\alpha)^2}{2}=1$

$\Leftrightarrow (\ln\alpha)^2=2 \Leftrightarrow \ln\alpha=\sqrt{2} \Leftrightarrow \alpha=e^{\sqrt{2}}$

Par suite l'aire de la région limité par C et les droites d'équations :

$y=x+2, x=e, x=\alpha$ est égale à A pour $\boxed{\alpha=e^{\sqrt{2}}}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn